1. Aufgabe: Mit einem Trolli um die Welt (42 Punkte)

a) **(8 Punkte)** An einer Rampe, die mit dem Erdboden einen Winkel von $\alpha = 17°$ beschreibt, muss ein Reisender seinen Trolli mit einer Kraft von $F = 30\,\mathrm{N}$ festhalten, damit dieser nicht die Rampe herunter rollt. Berechnen Sie die Masse des Trollis und vernachlässigen Sie dabei die Reibung.

b) **(20 Punkte)** Zwei Kinder ziehen ihren gemeinsamen, auf Rollen gelagerten Koffer ($m = 19\,\mathrm{kg}$) jeweils mit der gleichen Kraft gegen die Rollreibung. Sie bilden dabei einen Winkel von $\alpha = 70°$. Der Rollreibungskoeffizient beträgt $f_{roll} = 0,015$. Fertigen Sie eine maßstabsgetreue Skizze der Szene an, die den Aufbau für die Rechnung verdeutlicht. Bestimmen Sie die Kraft, mit der die beiden Kinder jeweils ziehen sowohl aus der Skizze, als auch durch eine Rechnung.

c) **(14 Punkte)** Ein findiger Physiker trägt seinen Trolli über eine 500 m lange Strecke, anstatt ihn mit einem Winkel von $\alpha = 40°$ und einer Kraft von $F = 25\,\mathrm{N}$ zu ziehen, da er so weniger physikalische Arbeit verrichtet. Begründen Sie diese Tatsache und bestimmen Sie den Unterschied.

2. Aufgabe: Der drehende Eimer (46 Punkte)

Es ist eine schöne Beschäftigung, einen Eimer mit Wasser zu füllen und ihn rotieren zu lassen. Einige Personen werden dann ins Staunen versetzt, dass das Wasser nicht aus dem Eimer heraus fließt.

a) **(16 Punkte)** Erläutern Sie die Hintergründe dieser Durchführung und bestimmen Sie die nötige Bahngeschwindigkeit im höchsten Punkt. Gehen Sie dabei von einem gefüllten 5l-Eimer aus, dessen Randhöhe 30 cm beträgt. Dazu kommt eine Armlänge von 60 cm. Kontrollwert: $v = 2,97\,\mathrm{m/s}$

b) **(20 Punkte)** Begründen Sie, weshalb im Regelfall die Bahngeschwindigkeit des Eimers im höchsten Punkt geringer ist, als im tiefsten Punkt des beschriebenen Kreises. Bestimmen Sie außerdem den Geschwindigkeitsunterschied.

c) **(10 Punkte)** Gehen Sie von dem unrealistischen Fall einer konstanten Bahngeschwindigkeit von $v = 3\,\mathrm{m/s}$ aus. Berechnen Sie die Kraft die dann auf den Arm im höchsten und im tiefste Punkt wirkt.

Allgemeiner Hinweis

Beachten Sie die Regeln zum Lösen von Physikaufgaben, die Regeln bzgl. zählender Ziffern und die Angabe der Größen in SI-Einheiten.

Lösungen:

Mit einem Trolli um die Welt (88 Punkte):

a) (8 Punkte)

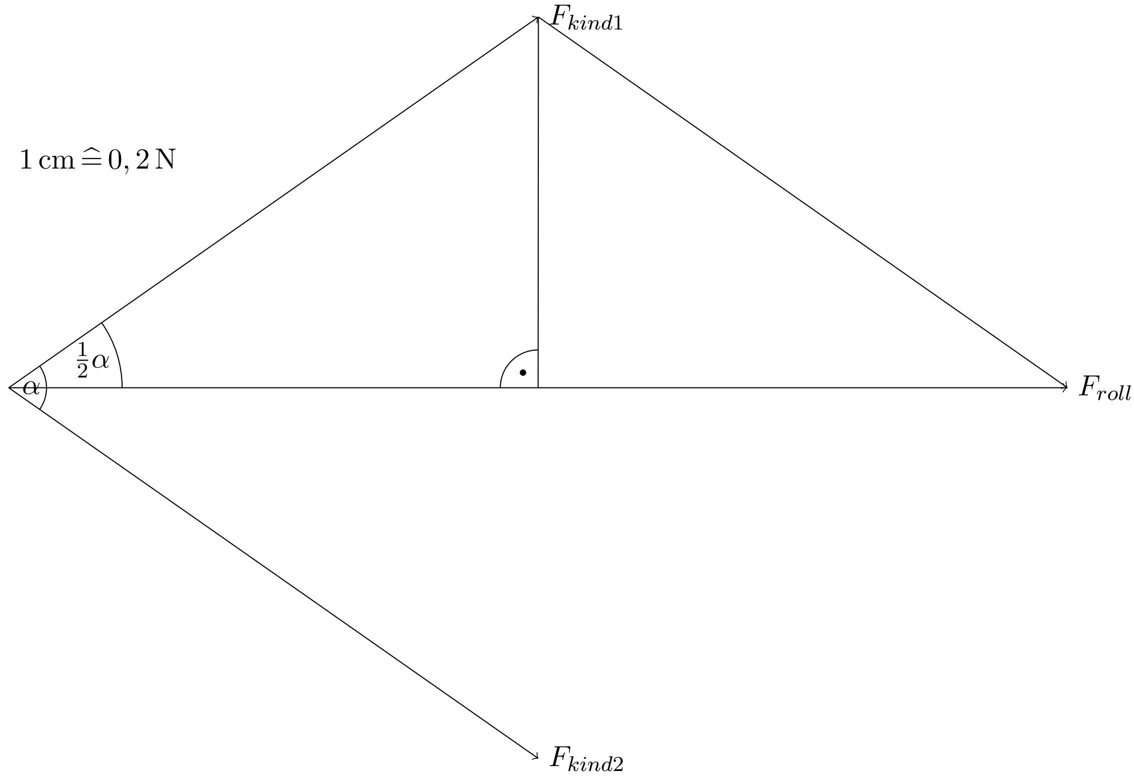
$$F_{halt} = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

$$m = \frac{F_{halt}}{g \cdot \sin\alpha}$$

$$m = \frac{30\,\mathrm{N}}{9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot \sin 17^\circ} = 10,46\,\mathrm{kg}$$

b) (20 Punkte)

$$F_{roll} = m \cdot g \cdot f_{roll} = 19\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s} \cdot 0,015 = 2,8\,\mathrm{N}$$



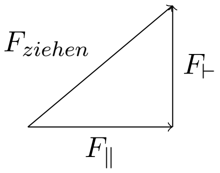
Aus dem Graphen abgelesen ist $F_{kind1} = F_{kind2} = 1,7\,\mathrm{N}$. Rechnerisch kann man mit dem Kosinus arbeiten und dabei den Winkel von $\frac{1}{2} \cdot \alpha$ nutzen:

$$\cos\alpha = \frac{A}{H}$$

$$H = \frac{A}{\cos\alpha}$$

$$F_{kind1} = \frac{m \cdot g \cdot f_{roll}}{2 \cdot \cos(\frac{1}{2}\alpha)} = \frac{12\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s} \cdot 0,015}{2 \cdot \cos 35^\circ} = 1,7\,\mathrm{N}$$

c) (14 Punkte) Beim Tragen des Koffers wirkt die Kraft Richtung Boden und damit nicht in die Richtung des Weges. Anders sieht es beim Ziehen aus. Dann zeigt auch eine Teilkraft in Richtung des Weges.



$$F_{\|} = F_{ziehen} \cdot \cos\alpha$$

$$W = F_{\|} \cdot s = F_{ziehen} \cdot \cos\alpha \cdot s = 25\,\mathrm{N} \cdot \cos 40^\circ \cdot 500\,\mathrm{m} = 9575\,\mathrm{J}$$

Da er sonst keine Arbeit leisten muss, müsste der Physiker beim Ziehen 9575 J mehr Arbeit leisten.

Der drehende Eimer (88 Punkte):

a) (16 Punkte) Durch die Rotation wirkt die Zentripetalkraft auf das Wasser nach außen. Wenn diese im höchsten Punkt größer ist als die Schwerkraft, kann das Wasser nicht aus dem Eimer heraus fließen.

$$F_g = F_z$$

$$m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9,81\,\mathrm{m}s^2 \cdot 0,9\,\mathrm{m}} = 2,97\,\mathrm{m/s}$$

b) (20 Punkte) Im höchsten Punkt hat der Eimer eine potentielle Energie, die im tiefsten Punkt in kinetische Energie umgewandelt wird. Daher kommt es im tiefsten Punkt zu einer höheren Geschwindigkeit.

$$E_{tief} = E_{hoch}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_t^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_h^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$v_t^2 = v_h^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

$$v_t = \sqrt{v_h^2 + 2 \cdot g \cdot h}$$

Damit ergibt sich:

$$\Delta v = v_t - v_h$$

$$\Delta v = \sqrt{v_h^2 + 2 \cdot g \cdot h} - v_h$$

$$\Delta v = \sqrt{(2,97\,\mathrm{m/s})^2 + 2 \cdot 9,81\,\mathrm{m}s^2 \cdot 1,8\,\mathrm{m}} - 2,97\,\mathrm{m/s} = 3,76\,\mathrm{m/s}$$

c) (10 Punkte)

$$F_{tief} = F_g + F_z = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{r} = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right) = 5\,\mathrm{kg} \cdot \left(9,81\,\mathrm{m/s^2} + \frac{(3\,\mathrm{m/s})^2}{0,9\,\mathrm{m}}\right) = 99,05\,\mathrm{N}$$

$$F_{hoch} = F_g - F_z = m \cdot g - \frac{m \cdot v^2}{r} = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right) = 5\,\mathrm{kg} \cdot \left(9,81\,\mathrm{m/s^2} - \frac{(3\,\mathrm{m/s})^2}{0,9\,\mathrm{m}}\right) = 0,95\,\mathrm{N}$$